АЛГЕБРА (ОГЭ)

ТАБЛИЦА КВАДРАТОВ

Десятки \ Единицы	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ТАБЛИЦА СТЕПЕНЕЙ

2^n	3^n	4^n	5^n	6^n	7^n	8^n	9^n
$2^0=1$	$3^0=1$	$4^0=1$	$5^0=1$	$6^0=1$	$7^0=1$	$8^0=1$	$9^0=1$
$2^1=2$	$3^1=3$	$4^1=4$	$5^1=5$	$6^1=6$	$7^1=7$	$8^1=8$	$9^1=9$
$2^2=4$	$3^2=9$	$4^2=16$	$5^2=25$	$6^2=36$	$7^2=49$	$8^2=64$	$9^2=81$
$2^3=8$	$3^3=27$	$4^3=64$	$5^3=125$	$6^3=216$	$7^3=343$	$8^3=512$	$9^3=729$
$2^4=16$	$3^4=81$	$4^4=256$	$5^4=625$				
$2^5=32$	$3^5=243$	$4^5=1024$					
$2^6=64$	$3^6=729$						
$2^7=128$							
$2^8=256$							
$2^9=512$							
$2^{10}=1024$							

СТЕПЕНИ

a^n – это степень

a – это основание

n – это показатель

Возведение в степень	1	2	3	4	5	6	7	8
$2^3=2\cdot2\cdot2=8$ $3^4=3\cdot3\cdot3\cdot3=81$	$a^n\cdot a^m=a^{n+m}$	$a^n:a^m=a^{n-m}$	$(a^n)^m=a^{n\cdot m}$	$a^n\cdot b^n=(a\cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n}=\left(\frac{a}{b}\right)^n$	$a^0=1$	$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^n$

КОРНИ

Извлечение корня	1	2	3	Рациональные числа	Иррациональные числа
$\sqrt{4}=2$ $\sqrt{9}=3$ $\sqrt{16}=4$ $\sqrt{25}=5$	$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$	$\left(\sqrt{a}\right)^2=a$	Пример: 2 или $\frac{2}{3}$ или $\sqrt{16}$	Пример: $\sqrt{2}=1{,}41421356237309\ldots$ $\sqrt{90}=9{,}48683298050513\ldots$

ФОРМУЛЫ СОКРАЩЁННОГО УМНОЖЕНИЯ

Разность квадратов	Квадрат разности	Квадрат суммы	Разность кубов	Сумма кубов
$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$	$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$	$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$	$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$	$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

Элементы прогрессии	1	2	3	4
d – это разность (число, на которое изменяется каждый член прогрессии) a_n – это какой-либо член прогрессии S_n – это сумма какого-либо количества членов прогрессии	$a_n=a_1+d(n-1)$	$S_n=\frac{(a_1+a_n)n}{2}$	$d=a_{n+1}-a_n$	$d=\frac{a_n-a_m}{n-m}$

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

Элементы прогрессии	1	2	3	4
q – это знаменатель (число, на которое умножается каждый член прогрессии) b_n – это какой-либо член прогрессии S_n – это сумма какого-либо количества членов прогрессии	$b_n=b_1\cdot q^{n-1}$	$S_n=\frac{(q^n-1)b_1}{q-1}$	$q=\frac{b_{n+1(\text{следующий})}}{b_{n(\text{предыдущий})}}$	$q^{n-m}=\frac{b_n}{b_m}$

ЗНАКИ

Сложение отрицательного числа и положительного

Из более крупного (не учитывая знаки) вычитаем менее крупное и ставим знак более крупного числа

Пример:

$6 + (-4) = +(6 - 4) = 2$

$-8 + 1 = -(8 - 1) = -7$

Сложение отрицательных чисел

Складываем числа (не учитывая знаки) и ставим знак минус

Пример:

$-8 + (-2) = -(8 + 2) = -10$

$-1 - 5 = -(1 + 5) = -6$

Знаки при умножении и при делении

Минус на минус даёт плюс (при умножении и при делении)

Плюс на минус даёт минус (при умножении и при делении)

Пример:

$+1 \cdot (-4) = -4$ $\qquad$ $+4 : (-4) = -1$

$-6 \cdot (+1) = -6$ $\qquad$ $-8 : (+2) = -4$

$-2 \cdot (-4) = +8$ $\qquad$ $-4 : (-2) = +2$

ДРОБИ

Первый способ нахождения общего знаменателя

Перемножить знаменатели

Пример:

$\frac{1}{2} + \frac{1}{5} = \frac{}{10}$

Второй способ нахождения общего знаменателя

Взять больший из знаменателей

Пример:

$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{}{6}$

Третий способ нахождения общего знаменателя

Взять число, в несколько раз превышающее больший из знаменателей

Пример:

$\frac{1}{6} + \frac{1}{9} = \frac{}{18}$

Умножение обыкновенных дробей

Умножаем числитель на числитель (верх на верх)

Умножаем знаменатель на знаменатель (низ на низ)

Пример:

$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 5} = \frac{3}{20}$

Значения некоторых дробей

$\frac{1}{2} = 0{,}5$

$\frac{1}{4} = 0{,}25$

$\frac{3}{4} = 0{,}75$

$\frac{1}{8} = 0{,}125$

Перевод смешанного числа в неправильную дробь

Пример:

$2\frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{11}{4}$

Основное свойство дроби

Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то получится равная ей дробь

Пример:

$\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{2}{10}$

Пример:

$\frac{3}{30} = \frac{3 : 3}{30 : 30} = \frac{1}{10}$

Деление обыкновенных дробей

Первую дробь оставляем без изменения, а вторую переворачиваем

Затем перемножаем дроби

Пример:

$\frac{3}{4} : \frac{2}{7} = \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{2} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 2} = \frac{21}{8}$

ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

Средняя скорость

Чтобы найти среднюю скорость необходимо суммарное пройденное расстояние разделить на суммарное потраченное время

$V_{\text{средняя}} = \frac{S_{\text{суммарное}}}{t_{\text{суммарное}}}$

Схема задач на сплавы и смеси

$\text{Доля}_1 \cdot m_1 + \text{Доля}_2 \cdot m_2 = \text{Доля}_{\text{смеси}} \cdot m_{\text{смеси}}$

Схема задач на производительность

1

Заполняем табличку:

	A (производительность)	t (время)	V (количество)
I	A_1	t_1	V_1
II	A_2	t_2	V_2

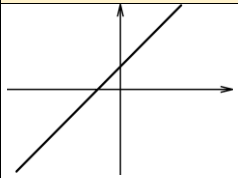
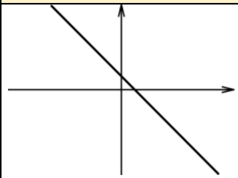
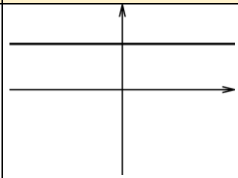
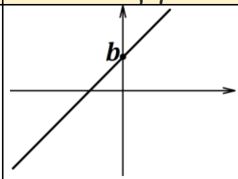
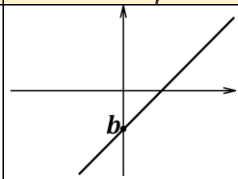
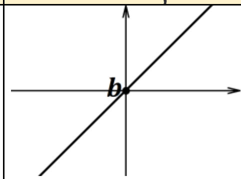
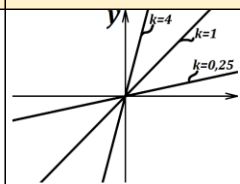
2

То, что требуется найти – берём за x, рядом с x ставим y

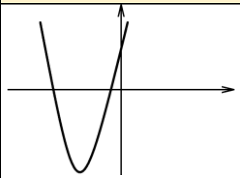
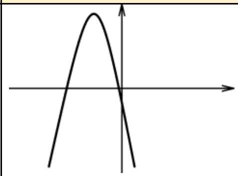
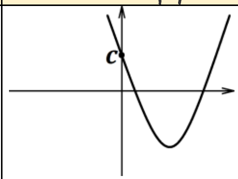
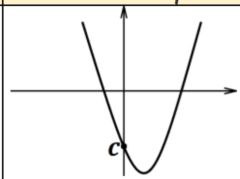
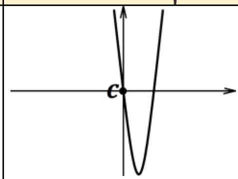
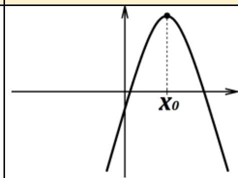
3

Дозаполняем табличку и решаем систему уравнений: $\begin{cases} A_1 \cdot t_1 = V_1 \\ A_2 \cdot t_2 = V_2 \end{cases}$

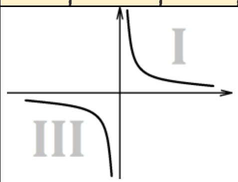
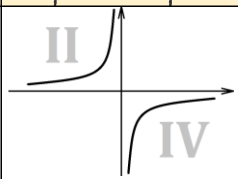
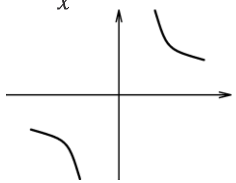
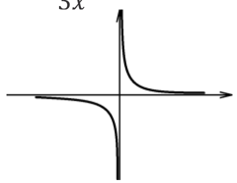
ПРЯМАЯ

Уравнение прямой	Прямая возрастает	Прямая убывает	Горизонтальная прямая	Прямая пересекает ось Oy сверху	Прямая пересекает ось Oy снизу	Прямая пересекает ось Oy в начале координат	Прижатость прямой к осям
$y = kx + b$ $y = kx$ (прямая, проходящая через начало координат) $y = b$ (горизонтальная прямая)	 $k > 0$	 $k < 0$	 $k = 0$	 $b > 0$	 $b < 0$	 $b = 0$	 Чем больше k (по модулю) — тем больше прямая прижата к оси Oy

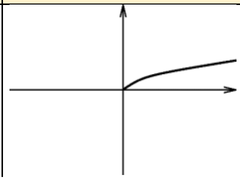
ПАРАБОЛА

Уравнение параболы	Ветви вверх	Ветви вниз	Парабола пересекает ось Oy сверху	Парабола пересекает ось Oy снизу	Парабола пересекает ось Oy в начале координат	Координаты вершины параболы
$y = ax^2 + bx + c$ $y = ax^2 + bx$ $y = ax^2 + c$ $y = ax^2$	 $a > 0$	 $a < 0$	 $c > 0$	 $c < 0$	 $c = 0$	 $x_0 = \frac{-b}{2a}$

ГИПЕРБОЛА

Уравнение гиперболы	Гипербола в первой и третьей четвертях	Гипербола во второй и четвёртой четвертях	Прижатость гиперболы к осям
$y = \frac{k}{x}$	 $k > 0$	 $k < 0$	Чем больше число в знаменателе — тем больше гипербола прижата к осям **Пример:** $y = \frac{3}{x}$  **Пример:** $y = \frac{1}{3x}$ 

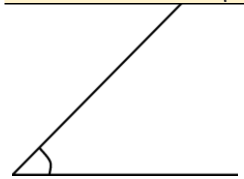
КОРЕНЬ

Уравнение корня	График корня
$y = \sqrt{x}$	

Геометрия

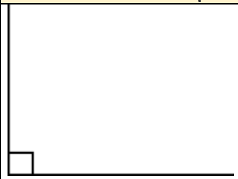
УГЛЫ

Острый



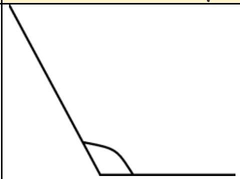
Меньше 90°

Прямой



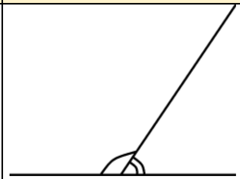
Равен 90°

Тупой



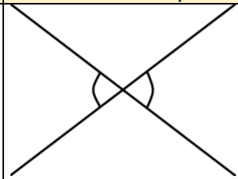
Больше 90°

Смежные



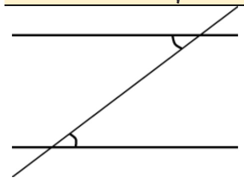
В сумме 180°

Вертикальные



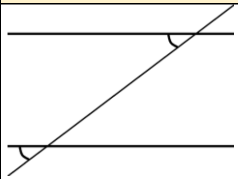
Равны

Накрест лежащие



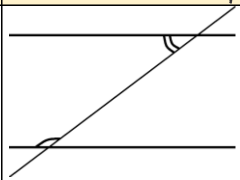
Равны при параллельных прямых (первый признак параллельности прямых)

Соответственные



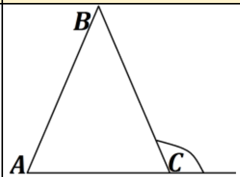
Равны при параллельных прямых (второй признак параллельности прямых)

Односторонние



В сумме 180° при параллельных прямых (третий признак параллельности прямых)

Внешний угол



Равен сумме двух внутренних углов, не смежных с ним

$\angle C_{\text{внешний}} = \angle A + \angle B$

Сумма углов

У треугольника 180°

У четырёхугольника 360°

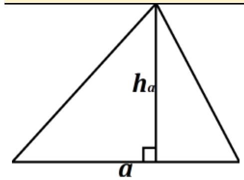
У пятиугольника 540°

У шестиугольника 720°

У n –угольника $180°(n-2)$

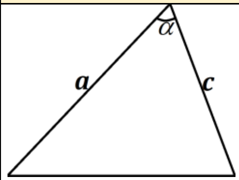
ТРЕУГОЛЬНИК

Площадь (через высоту)



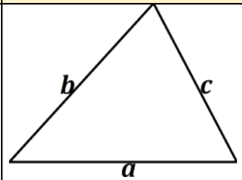
$S = \frac{1}{2} a h_a$

Площадь (через угол)



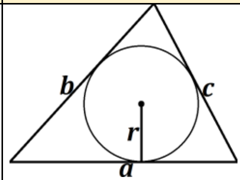
$S = \frac{1}{2} ac \cdot \sin\alpha$

Формула Герона



$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

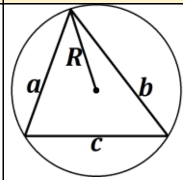
Площадь (через радиус)



$S = pr$

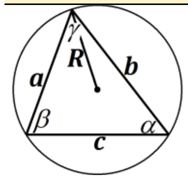
p – полупериметр

Площадь (через радиус)



$S = \frac{abc}{4R}$

Теорема синусов

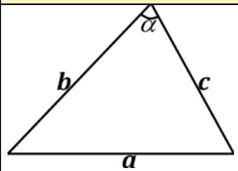


$\frac{a}{\sin\alpha} = 2R$

или

$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$

Теорема косинусов

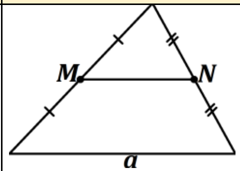


$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$

или

$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

Средняя линия



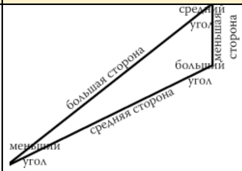
– лежит на серединах сторон

– параллельна основанию

– равна половине основания

$MN = \frac{a}{2}$

Свойство треугольника



В любом треугольнике:

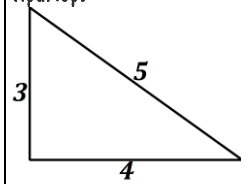
– против большей стороны лежит больший угол

– против меньшей стороны лежит меньший угол

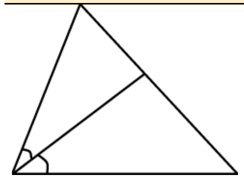
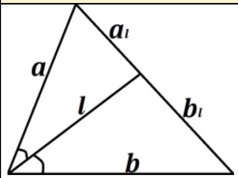
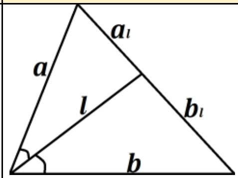
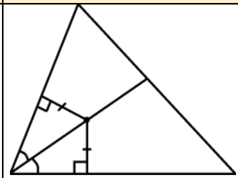
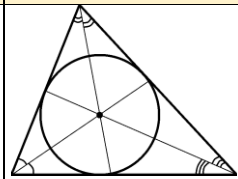
Неравенство треугольника

В любом треугольнике сумма длин двух сторон больше длины третьей стороны

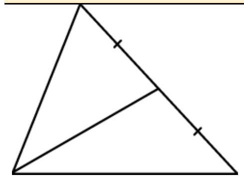
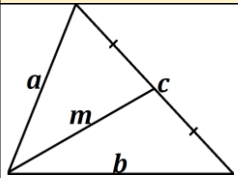
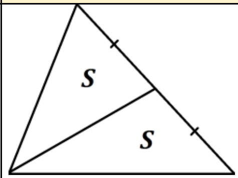
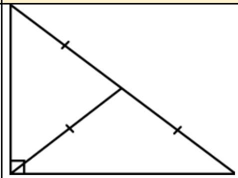
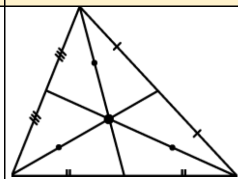
Пример:



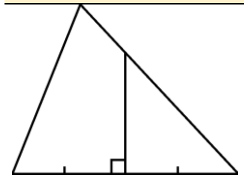
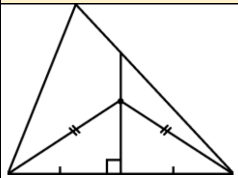
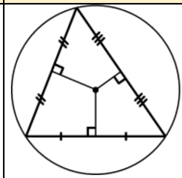
БИССЕКТРИСА

Определение	Длина	Свойство	Свойство	Свойство
				
Биссектриса – это луч, делящий угол пополам	$l = \sqrt{ab - a_l \cdot b_l}$	$\frac{a_l}{b_l} = \frac{a}{b}$	Если точка лежит на биссектрисе угла, то она равноудалена от сторон этого угла	Биссектрисы треугольника пересекаются в точке, которая является центром окружности, вписанной в треугольник

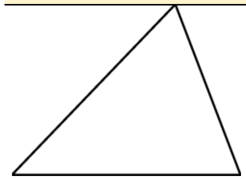
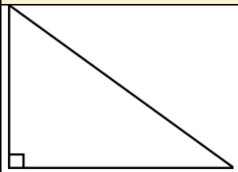
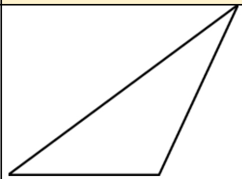
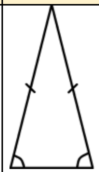
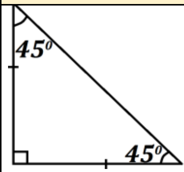
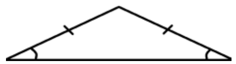
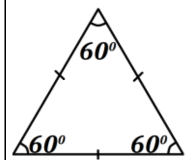
МЕДИАНА

Определение	Длина	Свойство	Свойство	Свойство
				
Медиана – это отрезок, делящий противоположную сторону треугольника пополам	$m^2 = \frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2} - \frac{c^2}{4}$	Медиана разбивает треугольник на два равновеликих (с одинаковыми площадями)	В прямоугольном треугольнике медиана, проведённая к гипотенузе, равна половине гипотенузы	Медианы треугольника пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся в отношении 2:1 считая от вершины

СЕРЕДИННЫЙ ПЕРПЕНДИКУЛЯР

Определение	Свойство	Свойство
		
Серединный перпендикуляр – это прямая, перпендикулярная стороне треугольника, и делящая эту сторону пополам	Точка, лежащая на серединном перпендикуляре к отрезку, равноудалена от концов этого отрезка	Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в точке, являющейся центром окружности, описанной около треугольника

ВИДЫ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

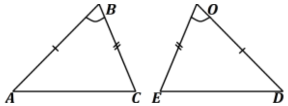
Остроугольный	Прямоугольный	Тупоугольный	Равнобедренный (остроугольный)	Равнобедренный (прямоугольный)	Равнобедренный (тупоугольный)	Равносторонний
						
Все углы острые	Есть прямой угол	Есть тупой угол	Две стороны равны и все углы острые	Две стороны равны и есть прямой угол	Две стороны равны и есть тупой угол	Все стороны и углы равны

ПОДОБИЕ И РАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Признаки равенства

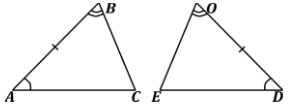
1

По двум сторонам и углу между ними



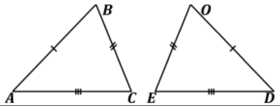
2

По стороне и двум, прилежащим к ней углам



3

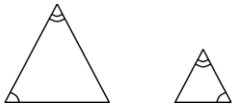
По трём сторонам



Признаки подобия

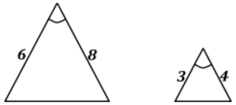
1

По двум углам



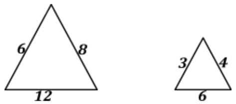
2

По двум пропорциональным сторонам и углу между ними



3

По трём пропорциональным сторонам



Отношение площадей

Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия

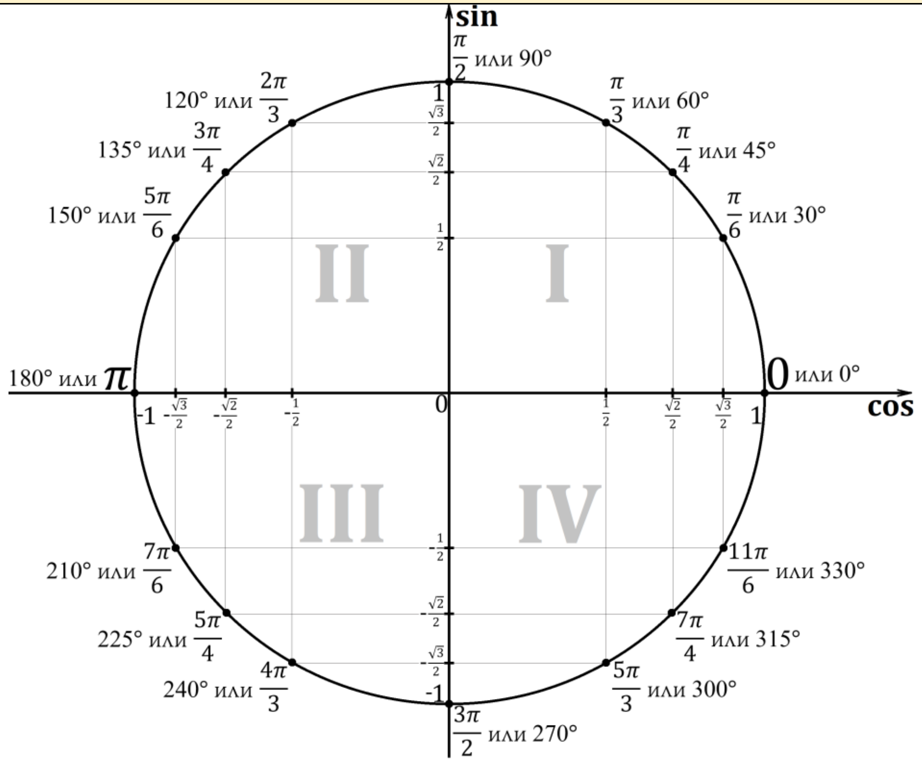
$$\frac{S_{\text{большого треугольника}}}{S_{\text{маленького треугольника}}} = k^2$$

Отношение элементов

В подобных треугольниках отношение периметров, биссектрис, медиан, высот и серединных перпендикуляров равно коэффициенту подобия

ТРИГОНОМЕТРИЯ

Тригонометрическая окружность



Тригонометрические формулы

1

$$\sin = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

2

$$\cos = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

3

$$\operatorname{tg} = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}}$$

4

$$\operatorname{ctg} = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{противолежащий катет}}$$

5

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

6

$$1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

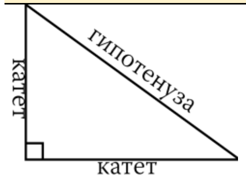
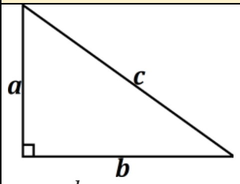
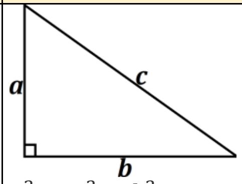
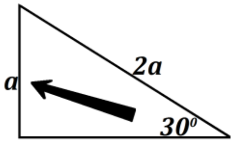
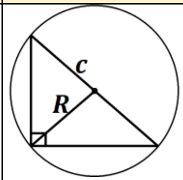
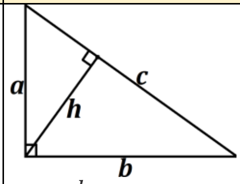
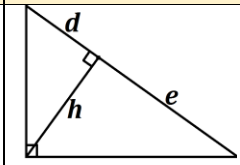
7

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta - \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

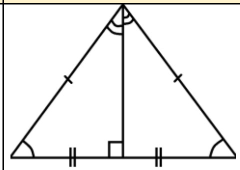
8

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

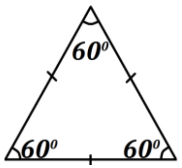
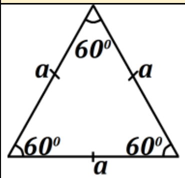
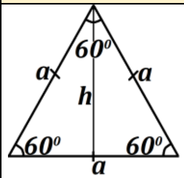
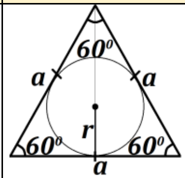
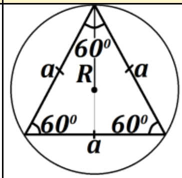
ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

Рисунок	Площадь	Теорема Пифагора	Катет напротив угла 30 градусов	Радиус	Высота	Высота
	 $S = \frac{ab}{2}$	 $c^2 = a^2 + b^2$	 Катет, лежащий напротив угла 30°, равен половине гипотенузы	 $R = \frac{c}{2}$	 $h = \frac{ab}{c}$	 $h^2 = de$

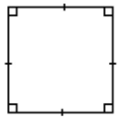
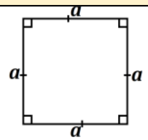
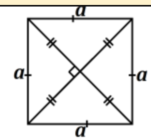
РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

Определение	Свойство
 Равнобедренный треугольник – это треугольник, у которого две стороны равны и углы при основании равны	 Биссектриса, медиана и высота, проведённые к основанию, равны

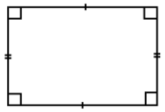
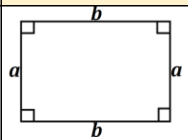
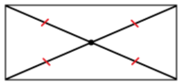
РАВНОСТОРОННИЙ ТРЕУГОЛЬНИК

Определение	Площадь	Высота	Радиус	Радиус
 Равносторонний треугольник – это треугольник, у которого все стороны равны и все углы равны 60°	 $S = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$	 $h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$	 $r = \frac{\sqrt{3}a}{6}$ $r = \frac{1}{3} \cdot h$	 $R = \frac{\sqrt{3}a}{3}$ $R = \frac{2}{3} \cdot h$

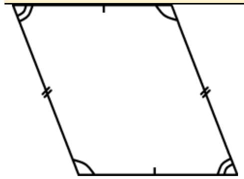
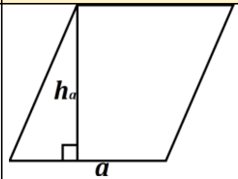
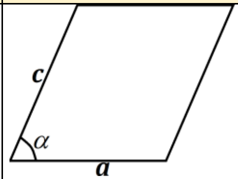
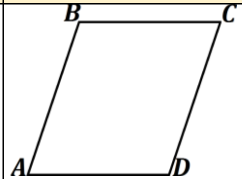
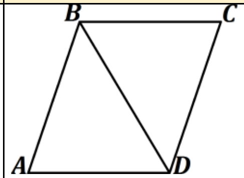
КВАДРАТ

Определение	Площадь	Свойство
 Квадрат – это четырёхугольник, у которого все стороны равны и все углы равны 90°	 $S = a^2$	 В квадрате диагонали равны и взаимно перпендикулярны

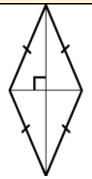
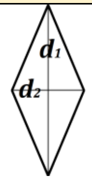
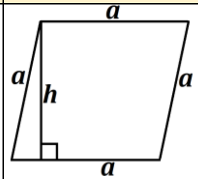
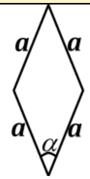
ПРЯМОУГОЛЬНИК

Определение	Площадь	Свойство	Признак прямоугольника
 Прямоугольник – это четырёхугольник, у которого все углы равны 90°	 $S = ab$	 Диагонали прямоугольника точкой пересечения делятся пополам	Если в параллелограмме диагонали равны, то он – прямоугольник

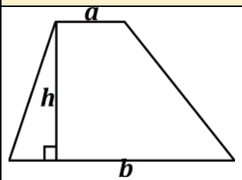
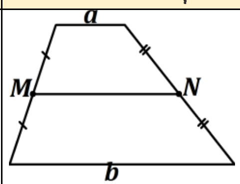
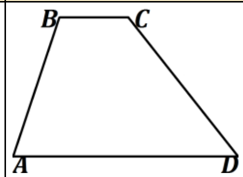
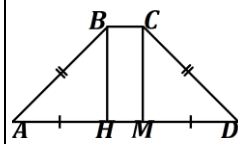
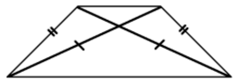
ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

Определение	Площадь	Площадь	Свойство	Свойство	Признаки параллелограмма
 Параллелограмм – это четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны	 $S = ah_a$	 $S = ac \cdot \sin\alpha$	 В параллелограмме сумма углов, прилежащих к любой стороне, равна 180°	 Диагональ параллелограмма делит его на два равных треугольника $\triangle ABD = \triangle BCD$	1) Если две стороны равны и параллельны 2) Если противоположные углы попарно равны 3) Если противоположные стороны попарно равны 4) Если все противоположные стороны попарно параллельны 5) Если диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам

РОМБ

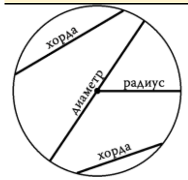
Определение	Площадь	Площадь	Площадь	Площадь	Признаки ромба
 Ромб – это параллелограмм, у которого все стороны равны	 $S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$	 $S = ah$	 $S = a^2 \cdot \sin\alpha$	 $S = 2ar$	1) Если в четырёхугольнике все стороны равны, то он – ромб 2) Если в параллелограмме две смежные стороны равны, то он – ромб 3) Если в параллелограмме диагонали пересекаются под прямым углом, то он – ромб 4) Если в параллелограмме одна из диагоналей является биссектрисой его углов, то он – ромб

ТРАПЕЦИЯ

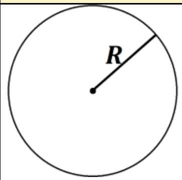
Определение	Площадь	Средняя линия	Свойство	Свойство	Свойство
 Трапеция – это четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а две нет	 $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$	 – лежит на серединах сторон – параллельна основаниям – равна полусумме оснований $MN = \frac{a+b}{2}$	 В трапеции сумма углов, прилежащих к боковой стороне, равна 180°	 $AH = DM$	 Диагонали равнобедренной трапеции равны

ОКРУЖНОСТЬ

Элементы круга

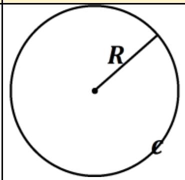


Площадь круга



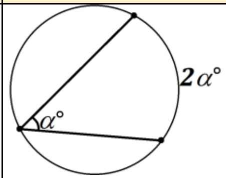
$S = \pi R^2$

Длина окружности



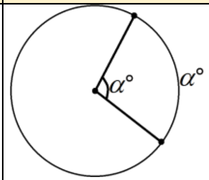
$C = 2\pi R$

Вписанный угол



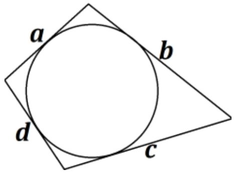
Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается

Центральный угол



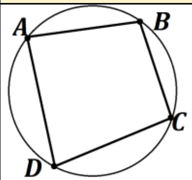
Центральный угол равен градусной мере дуги, на которую он опирается

Признак четырёхугольника, в который вписали окружность



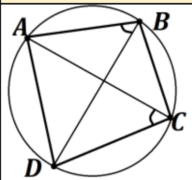
$a + c = b + d$

Признак четырёхугольника, вписанного в окружность



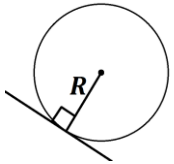
$\angle A + \angle C = 180°$
$\angle B + \angle D = 180°$

Признак четырёхугольника, вписанного в окружность



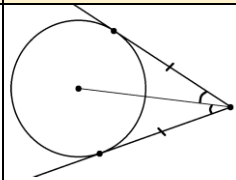
Если угол между стороной и диагональю равен углу между противоположной стороной и другой диагональю, то такой четырёхугольник можно вписать в окружность

Свойство касательной



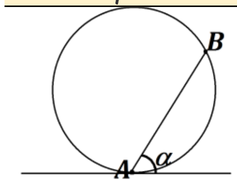
Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведённом в точку касания

Свойство касательных



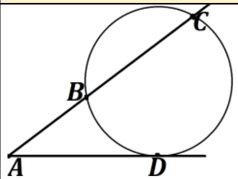
Отрезки касательных к окружности, проведённые из одной точки, равны, и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности

Угол между касательной и хордой



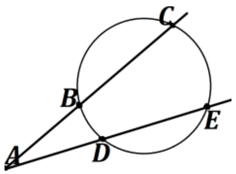
$\alpha = \dfrac{\smile AB}{2}$

Свойство касательной и секущей



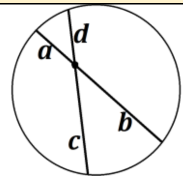
$AD^2 = AB \cdot AC$

Свойство секущих



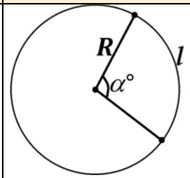
$AD \cdot AE = AB \cdot AC$

Свойство хорд



$a \cdot b = c \cdot d$

Сектор



$l_{\text{дуги сектора}} = \dfrac{\alpha}{360} \cdot 2\pi R$